

التطبيق العملي لطريقة الانحدار الخطي البسيط:

جمعت بيانات لـ 20 عائلة عشوائيا لمعرفة العلاقة بين استهلاك ودخول تلك الأسرة .

رقم العائلة	الدخل X	الإستهلاك Y	XY	X ²
1	90	90	8100	8100
2	80	60	4800	6400
3	60	45	2700	3600
4	65	70	4550	4225
5	30	30	900	900
6	35	40	1575	1225
7	40	50	2000	1600
8	70	55	3850	4900
9	95	85	8075	9025
10	70	75	5250	4900
11	80	90	7200	6400
12	75	70	5250	5625
13	50	60	3000	2500
14	30	40	1200	900
15	25	25	625	625
16	70	65	4550	4900
17	60	60	3600	3600
18	45	50	2250	2025
19	25	35	875	625
20	20	35	700	400
المجموع	115	1130	71050	72475

أولاً: الوسط الحسابي للدخل = 55.75، والوسط الحسابي للإستهلاك = 56.50

ثانياً: حساب معاملات الانحدار الخطي

$$0.764 = \frac{71050 - 20(55.75)(56.50)}{72475 - 20(3108.063)} = \hat{\beta}$$

$$13.919 = 56.50 - 0.764 \times 55.75 = \hat{\alpha}$$

ثالثاً: حساب جودة التقدير (معامل التحديد)

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{6020.25}{7255} = 0.8298 \approx 83\%$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

إذا فالدخل مسؤو عن 83% في التغير بالمتغير المستقل وهي نسبة كبيرة، وبالاستعانة بالبرنامج

الإحصائي MINITAB تحصلنا على مايلي :

Regression Analysis

$$\text{Consump} = 13.9 + 0.764 \text{ Income}$$

Predictor	Coef	Stdev	t-ratio	p
Constant	13.919	4.916	2.83	0.011
Income	0.76379	0.08167	9.35	0.000

$$s = 8.294 \quad R\text{-sq} = 82.9\% \quad R\text{-sq(adj)} = 82.0\%$$

قاعدة اتخاذ القرار

إذا كانت قيمة t المحسوبة ($t = \frac{\bar{x} - U_0}{\sigma / \sqrt{n}}$) عند درجة ثقة معينة أكبر من القيمة الجدولية فهذا يعني

أن المتغير المستقل المدرج في المعادلة معنويا إحصائيا ، كما يشير الرمز p الى درجة الإحتمال التي تُرفض عندها فرضية العدم. فلو فرضنا أن القيمة أكبر من 0.05 فهذا يعني قبول فرضية العدم وأن المتغير المستقل غير معنوي إحصائيا .

لاحظ أن إحصائية t المحسوبة في المثال للمتغير المستقل (2.83) أكبر من القيمة الجدولية المستخرجة من جداول t عند درجة ثقة 95% و 19 درجة حرية وتساوي 1.72 مما يعني أن المتغير المستقل إحصائيا معنويا وهذا دليل على أن المتغير المستقل لا يمكن إهماله في تفسير ظاهرة الإستهلاك، كما أن إحصائية P اصغر من 0.05 وبالتالي رفض فرضية العدم.

رابعاً: التنبؤ بقيمة

بعد تقدير النموذج يمكن التنبؤ مباشرة بالتعويض في النموذج المقدر والحصول على قيمة المتغير المستقل

في الفترة خارج العينة (مثال التنبؤ باستهلاك أسرة إذا كان دخلها 55)

$$\hat{Y}_{21} = 13.919 + 0.764(55) = 55.94$$