



# مؤشرات الأرقام القياسية واستخدامها في التحليل الكمي

د. مصطفى بابكر

يهدف هذا البرنامج لتعريف المشاركون بمؤشرات الأداء الاقتصادي للشركات والمؤسسات التي تعمل في مجال تحويل المدخلات إلى مخرجات سلعية كانت أم خدمية. كما وتصلح هذه المؤشرات أيضا لقياس الأداء الاقتصادي للوحدات الاقتصادية الأكبر حجما كالقطاعات الإنتاجية، الصناعات، الدول، والمجموعات الاقتصادية. وسيشمل البرنامج بالعرض والتطبيق مجموعة من هذه المؤشرات تختلف فيما بينها حسب نوع المقاس، البيانات المطلوبة والفرضيات الخاصة بهيكل التقنيات الإنتاجية والسلوك الاقتصادي لمتخذي القرار في الوحدة الإنتاجية. وقبل الدخول في تفاصيل هذه المؤشرات نبدا بإعطاء بعض التعريفات العامة للمصطلحات المستخدمة.



## تعريفات:

- مجموعة الإنتاج المتاح (Feasible Production Set): وتشمل جميع توافيق المدخلات- المخرجات الممكنة تقنياً .
- منحنى الحدود القصوى للإنتاج (Production Frontier): ويمثل أعلى مستويات الإنتاج التي يمكن إنجازها لمقادير معينة من المدخلات .
- الإنتاجية (Productivity): وتعرف بنسبة المنتجات (المخرجات) للمستخدمات (المدخلات) ويقصد بها في هذا البرنامج الإنتاجية الكلية للعوامل (Total Factor Productivity) .



- الكفاءة الإنتاجية (Technical Efficiency): يقصد بها الحالة التشغيلية للوحدة الإنتاجية مقارنة بالحدود القصوى للإنتاج. حيث تعرف الوحدة التي تنتج في مستوى الحدود القصوى بأنها كفوة تقنياً.
- الكفاءة التوظيفية (Allocative Efficiency): ويقصد بها اختيار مزيج المدخلات بحيث تكون التكلفة الكلية للمقدار المعين من الإنتاج أقل ما يمكن.
- الكفاءة الاقتصادية الكلية (Economic Efficiency): وتشمل الكفاءة التقنية والكفاءة التوظيفية معاً.





- التغيير التقني (Technical Change): ويقصد به التغيير في الإنتاجية عبر الزمن كنتيجة للتطور التقني.
- اقتصاديات الحجم (Scale Economies): ويقصد بها زيادة الإنتاجية كنتيجة لزيادة الحجم التشغيلي للوحدة الإنتاجية.
- الأرقام القياسية (Index Numbers): يعرف الرقم القياسي على أنه عدد حقيقي يستخدم في قياس معدل التغيير.



## مؤشرات الأرقام القياسية:

- تعتبر الأرقام القياسية الأدوات الأكثر شيوعاً في الاستخدام لقياس معدلات التغيير في المتغيرات والظواهر الاقتصادية المختلفة. أمثلة لذلك الرقم القياسي لأسعار المستهلك (CPI)، الرقم الانكماشى للنتائج المحلي الإجمالي (GDP Deflator)، الرقم القياس لأسعار الصادر، الرقم القياسي لأسعار الوارد والأرقام القياسية المستخدمة في أسواق المال مثل مؤشر داو جونز (Dow Jones).





• يتم في العادة حساب الرقم القياسي بمقارنة البيانات للنقطة الزمنية الحالية أو الوحدة المعنية ببيانات النقطة المرجع أو الوحدة المرجع وتسمى نقطة المرجع أو الوحدة المرجع اصطلاحاً بنقطة الأساس (Base Period) وتكون الوحدة الاقتصادية في العادة إما منشأة أو صناعة أو قطاع اقتصادي.

• نستخدم في حساب الأرقام القياسية في هذا الجزء المصطلحات والرموز للبيانات التالية:



للبينات:

$P_{ij}$  يرمز لسعر السلعة  $i$  في النقطة الزمنية  $j$  أو للوحدة الإنتاجية  $j$

$q_{ij}$  يرمز لكمية السلعة  $i$  في النقطة الزمنية  $j$  أو للوحدة الإنتاجية  $j$

حيث  $i = 1, 2, \dots, N$  و  $j = s, t$  حيث  $s$  النقطة الزمنية الأساس أو الوحدة الأساس و  $t$  النقطة الزمنية الحالية أو الوحدة الحالية.

- تستخدم الأرقام القياسية بيانات المسوحات الاحصائية (المسح الزراعي، الصناعي، السكاني) وتختلف فيما بينها في طرق الترجيح.





## ولأنواع الأرقام القياسية:

$V_{st}$  يرمز للرقم القياسي للقيمة (Value Index)

$P_{st}$  يرمز للرقم القياسي للسعر (Price Index)

$Q_{st}$  يرمز للرقم القياسي للكمية (Quantity Index)

• يقاس الرقم القياسي للقيمة معدل التغير في قيمة سلة من السلع ( $i=1, 2, \dots, N$ ) بين سنة الأساس  $S$  والسنة الحالية  $t$  ويحسب تبعا للقانون:

$$V_{st} = \frac{\sum_{i=1}^N P_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^N P_{is} q_{is}}$$



## الأرقام القياسية للكم:

- هنالك طريقتان يمكن استخدامهما لقياس معدل التغيير في الكم. الطريقة الأولى وفيها يحسب مؤشر التغيير مباشرة من بيانات المقادير النسبية للسلع بتطبيق قوانين الأرقام القياسية. أما الطريقة الثانية والتي تعرف بالطريقة غير المباشرة فتستخدم الفكرة الأساسية في أن التغيير في السعر والتغيير في الكمية هما المكونان للتغيير في القيمة. وعليه، فبمعرفة التغيير في السعر من حساب الأرقام القياسية للسعر يمكن حساب التغيير في الكمية بقسمة التغيير في القيمة على التغيير في السعر.





## الطريقة المباشرة:

• يتم حساب الرقم القياسي لكم بتطبيق قوانين لاسبير، باشي، فيشر وتورنقست كالآتي:

- رقم لاسبير القياسي لكم: يستخدم مؤشر لاسبير (Laspyres) لكم أسعار السلع لسنة الأساس كأوزان تعبر أن أهمية السلع المختلفة في المقياس ويحسب تبعاً للقانون الرياضي:

$$Q_{st}^L = \frac{\sum_{i=1}^N q_{it} P_{is}}{\sum_{i=1}^N q_{is} P_{is}}$$



- رقم باشي القياسي لكم: يستخدم مؤشر باشي (Paasche) لكم أسعار السلع للسنة الجارية كأوزان ترجيحية ويحسب تبعاً للقانون الرياضي:

$$Q_{st}^P = \frac{\sum_{i=1}^N q_{it} P_{it}}{\sum_{i=1}^N q_{is} P_{it}}$$

- يمثل رقما لاسبير وباشي نهايتين تحدان مستوى التغير الحقيقي في مقادير السلع بين سنة الأساس والسنة الجارية وتتقارب أو تتباعد هاتين النهايتين تبعاً لدرجة التشتت في المقادير النسبية للسلع.





- يعتبر مؤشري لاسبير وباشي من أشهر الأرقام القياسية وأكثرها استخداما وذلك لسهولة حسابهما وتفسيرهما من ناحية ولاستيفائهما لعدد من الخصائص النظرية المرغوبة من ناحية أخرى. وتصدر الإشارة إلى أن معظم وكالات الإحصاء القومية في العالم تستخدم قانوني لاسبير وباشي إما مباشرة أو بعد إدخال بعض التعديلات عليهما في حساب المؤشرات الاقتصادية المختلفة كالأرقام القياسية لأسعار المستهلك. ويلاحظ أن قانون لاسبير هو الأكثر استخداما في إعداد مثل هذه المؤشرات الدورية وذلك لأن حسابه لا يتطلب جمع بيانات جديدة عن أسعار السلع.



- رقم فيشر (Fisher) القياسي لكم: يمثل الوسط الهندسي  
لمؤشري لاسير وباشي ويحسب من المؤشرين السابقين تبعاً للقانون  
الرياضي:

$$Q_{st}^F = \sqrt{Q_{st}^L \times Q_{st}^P}$$

- رقم تورنفت (Tornvest) القياسي لكم ويحسب تبعاً للقانون  
الرياضي:

$$Q_{st}^T = \prod_{i=1}^N \left[ \frac{q_{it}}{q_{is}} \right]^{\frac{W_{is} + W_{it}}{2}}$$





- حيث  $W_{is}$  و  $W_{it}$  هي الحصص القيمة لسنة الأساس والسنة الحالية:

$$W_{is} = \frac{P_{is} q_{is}}{\sum P_{is} q_{is}}$$

$$W_{it} = \frac{P_{it} q_{it}}{\sum P_{it} q_{it}}$$



- وفي حالة اللوغريتم يحسب مؤشر تورنفت حسب القانون:

$$\ln Q_{st}^T = \sum_{i=1}^N \left( \frac{W_{is} + W_{it}}{2} \right) [\ln q_{it} - \ln q_{is}]$$

ويعتبر رقمي تورنفت وفيشر الأكثر شيوعاً في حساب مؤشرات التغيير الكمي للمخرجات والمدخلات الإنتاجية وذلك للخصائص الهامة التي يتمتع بها المؤشرين من وجهة النظرية الاقتصادية.





## الطريقة غير المباشرة:

- كثيراً ما تستخدم هذه الطريقة في المقارنة الزمنية للمقادير وتعتمد على فرضية أن التغيير في القيمة يجب أن يساوي حاصل ضرب التغيير في السعر والتغيير في الكمية. أي:

$$V_{st} = P_{st} \times Q_{st}$$

$$Q_{it} = \frac{V_{st}}{P_{st}} = \frac{\sum_{i=1}^N P_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^N P_{is} q_{is}} \Bigg/ P_{st}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^N P_{it} q_{it} \Big/ P_{st}}{\sum_{i=1}^N P_{is} q_{is}}$$

$$= \frac{\text{القيمة في السنة الجارية بالأسعار الثابتة لسنة الأساس}}{\text{القيمة في سنة الأساس}}$$

ويمثل التعبير في البسط سلاسل الأسعار الثابتة الشائعة الاستخدام في المنشورات الإحصائية.



● يستنتج من القانون السابق والطريقة غير المباشرة أن التجميعات القيمة المعدلة للتغير في الأسعار يمكن اعتبارها تجميعات كمية. وأشهر الأمثلة لهذه التجميعات في المنشورات الإحصائية سلاسل الناتج المحلي الإجمالي (GDP)، سلاسل الإنتاج القطاعي، سلاسل الاستثمار وسلاسل الصادرات والواردات.



- الازدواجية الذاتية (Self-Duality) لقوانين المقارنة الكمية المباشرة وغير المباشرة: ويقصد بها تطابق الرقم القياسي الكمي المحسوب بالطريقة المباشرة مع الرقم القياسي الكمي المحسوب بالطريقة غير المباشرة وتعرف هذه الخاصية أيضاً بالاختبار المعاكس للعامل (Factor Reversal Test) في أدبيات الأرقام القياسية. ويعتبر مؤشر فيشر هو المؤشر الوحيد الذي يستوفي هذه الخاصية أي أن هنالك ازدواج ذاتي بين رقم فيشر القياسي للسعر ورقم فيشر القياسي للكمية.





● في حالة غياب خاصية الازدواجية الذاتية تختلف قيمة الرقم القياسي الكمي المحسوب بالطريقة المباشرة عن قيمة الرقم القياسي الكمي المحسوب بالطريقة غير المباشرة وهنا يبرز السؤال أيهما تختار.

من الناحية التطبيقية يعتمد الاختيار على نوعية البيانات المتوفرة، درجات التشتت في الأسعار النسبية والمقادير النسبية، والإطار النظري المستخدم فيه المقارنة الكمية.

- أولاً فيما يختص بنوعية البيانات فنادرًا ما تتوفر للباحث البيانات التي تمكنه من حساب المؤشر الكمي بالطريقتين وعليه لا توجد فرصة للاختيار بينهما . فمثلاً في حالة البيانات التجميعية نجد أن الشكل الوحيد المتوفر للمقادير هو سلاسل الأسعار الثابتة وعليه لا مناص من استخدام الطريقة غير المباشرة لإجراء المقارنات الكمية .



● ثانياً توحى درجات التشتت بمدى دقة المؤشر المستخدم وعليه يمكن أن تساعد في عملية الاختيار بين الطريقة المباشرة وغير المباشرة في حالة توفر البيانات المطلوبة. فمثلاً، إذا كانت درجة التشتت في الأسعار النسبية أقل من درجة التشتت في المقادير النسبية للسلع فيوصى باستخدام الطريقة غير المباشرة والعكس صحيح.

- ثالثاً من الناحية النظرية هنالك حُجج لاستخدام الطريقة المباشرة وأخرى لاستخدام الطريقة غير المباشرة. فمثلاً يفضل ديوارت (Diewert) استخدام الطريقة المباشرة في مقارنات الإنتاج والإنتاجية لاستيفاء الطريقة المباشرة لقيود التقنيات الإنتاجية في حين يرى بالك (Balk) أن الأرقام القياسية الكمية المحسوبة بالطريقة غير المباشرة هي الأفضل في حالة فرضية السلوك في ظل القيود على الإيراد.





# الخصائص الإحصائية للأرقام القياسية:

1. الموجبية (Positivity): الرقم القياسي يجب أن يكون موجباً.
2. الاستمرارية (Continuity): الرقم القياسي دالة مستمرة في الأسعار والكميات.
3. التناسبية (Proportionality): إذا زادت كل الأسعار بنسبة معينة فإن الرقم القياسي للسعر يجب أن يزيد بنفس النسبة. وكذلك الحال بالنسبة للرقم القياسي للكمية في حالة زيادة مقادير السلع.
4. عدم التمييز (Dimensional Invariance): يجب أن لا يتأثر الرقم القياسي بوحدات القياس للأسعار والمقادير.



5. الاختبار المعاكس للزمن (Time-Reversal Test): للنقطتين الزمئيتين

$$. \left( Q_{st} = \frac{1}{Q_{ts}} \right) s \text{ و } t$$

6. اختبار القيمة المتوسطة (Mean-Value Test): يجب أن يقع الرقم

القياسي للسعر بين أقل وأعلى سعر نسبي للسلع وكذلك الحال للرقم  
القياسي للكمية بالنسبة للمقادير النسبية للسلع.

7. الاختبار المعاكس للعامل (Factor-Reversal Test): ويعني أن

$$. V_{st} = P_{st} \times Q_{st}$$



8. الاختبار الدائري "المتعدي" ("Circularity Test "Transitivity"): لأي

ثلاث نقاط زمنية  $s$ ،  $t$  و  $r$  يعني هذا الاختبار أن  $Q_{st} = Q_{sr} \times Q_{rt}$   
أي أن المقارنة المباشرة بين  $s$  و  $t$  تؤدي إلى نفس المقياس كما لو كانت  
المقارنة غير مباشرة خلال  $r$ .

- يستوفي مؤشر فيشر كل خصائص الأرقام القياسية المذكورة أعلاه عدا  
الاختبار الدائري. كما ويستوفي مؤشر تورنقست كل الخصائص المذكورة  
ماعدا خاصيتي الاختبار المعاكس للعامل والاختبار الدائري. وهذا يفسر  
سر الاستخدام الواسع لهذين المؤشرين.