مؤشرات قياس عدم المساواة في توزيع الإنفاق:

- توفر العديد من مؤشرات قياس عدم العدالة في توزيع الإنفاق يستند معظمها على الطرق الإحصائية (أنظر، على سبيل المثال، سن (**1997**) حول عدم العدالة الاقتصادية؛ مطبعة جامعة أكسفورد) . ولاستعراض هذه المؤشرات، دون الدخول في تفاصيل، دع y_i ترمز لإنفاق الفرد i حيث هنالك n فرد في المجتمع. في هذا المجتمع يمكن تعريف

متوسط الإنفاق

$$(2)\quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}:$$

نصيب الفرد في إجمالي الإنفاق

$$(3)\quad x_i = \frac{y_i}{n\mu}:$$

- على أساس هذه التعريفات يمكن رصد المؤشرات الإحصائية لقياس عدم العدالة في توزيع الإنفاق على النحو التالي:

  - المدى: ويعرف كالتالي:

$$(4) \quad R = \frac{\left[\max_i \ y_i - \min_i \ y_i\right]}{\mu}$$

- وهو مقياس لعدم عدالة التوزيع تتراوح قيمته بين الصفر، عندما يحصل كل فرد على متوسط الإنفاق و **n** عندما يحصل فرد واحد على كل الإنفاق.

➔ متوسط الإنحراف النسبي: ويعرف على النحو التالي:

$$(5) \quad M = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\mu - y_i|}{n\mu}$$

- وهو مجمع الإنحرافات المطلقة من متوسط الإنفاق كنسبة من إجمالي الإنفاق. وتتراوح قيمة المؤشر بين صفر في حالة العدالة الكاملة و $\frac{2(n-1)}{n}$ و في حالة حصول فرد واحد على كل الإنفاق.

التباين ومعامل الإختلاف: وتعرف هذه المؤشرات على النحو التالي:

$$(6)\quad V = \frac{\sum_{i} (\mu - y_i)^2}{n}$$

$$(7)\quad C = \frac{\sqrt{V}}{\mu} = \frac{\sigma}{\mu}$$

- من أهم خصائص التباين كمؤشر لقياس عدم عدالة التوزيع حساسيته تجاه تحويلات الإنفاق من فرد فقير إلى آخر ثري بحيث يترتب على مثل هذه التحويلات إرتفاع في التباين. وأصبحت هذه الخاصية من أهم المتطلبات التي يجب أن تستوفيهما مؤشرات قياس عدم العدالة.

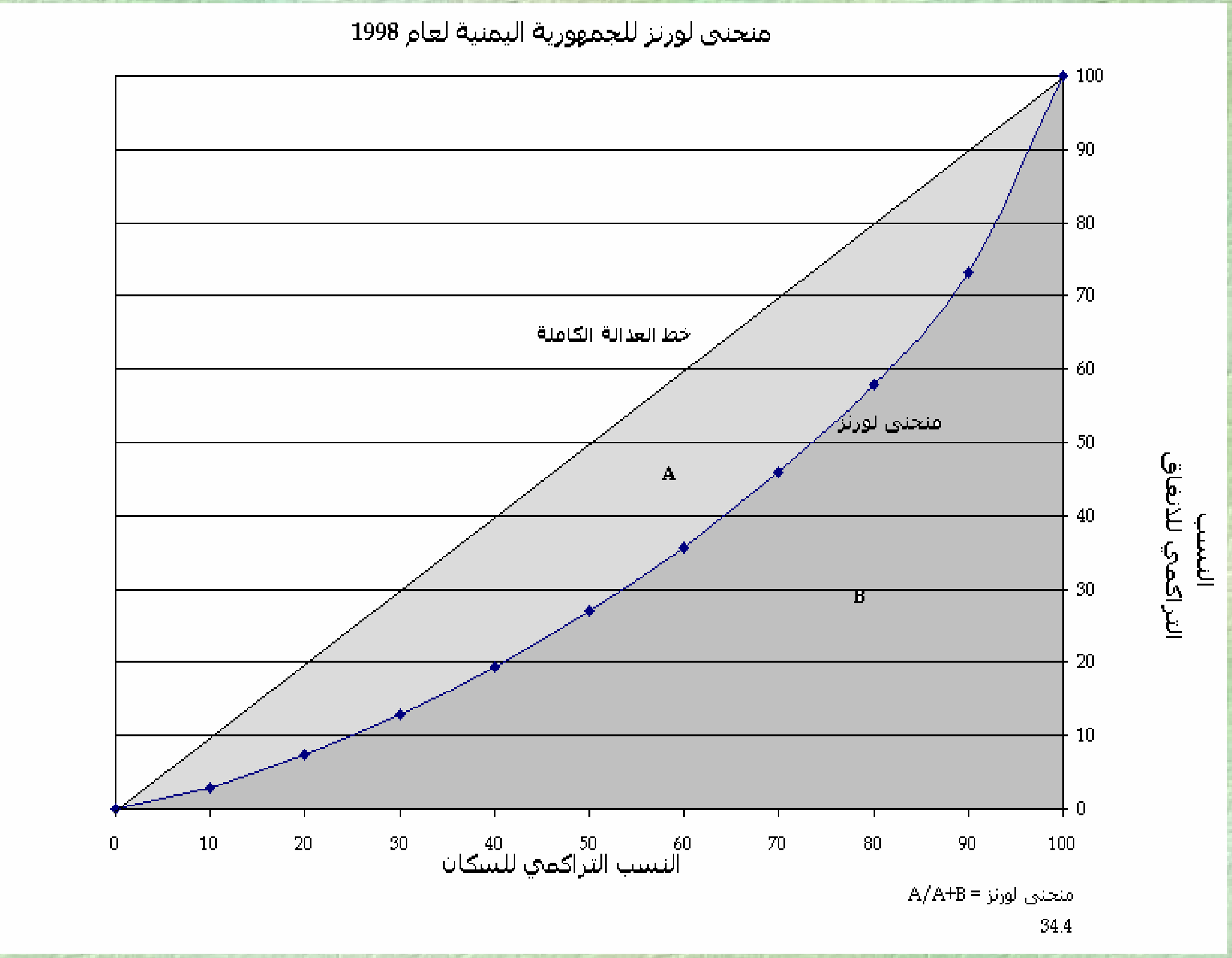
- ويؤخذ على التباين أنه يعتمد على متوسط الإنفاق بحيث يمكن أن يظهر توزيعاً معيناً تباين نسبي كبير مقارناً بتوزيع آخر إلا أن تباينه ربما كان أصغر بسبب تدني متوسط الإنفاق الذي حسبت على أساسه التباينات. ويمثل معامل الإختلاف أحد المؤشرات التي لا تكون حساسة تجاه متوسط الإنفاق.

← الإنحراف المعياري للوغاريتمات الإنفاق: ويعرف هذا المؤشر على النحو التالي:

$$(8) \quad L = \left[\sum_i (\log\mu - \log y_i)^2 / n \right]^{1/2}$$

معامل جيني:

- يعتبر معامل جيني، الذي يعتمد على منحنى لورنز، أكثر مؤشرات قياس عدم عدالة التوزيع إستخداما . ويعرف معامل جيني على منحنى لورنز على أنه نسبة المساحة المحصورة بين منحنى لورنز ووتر المثلث لإجمالي مساحة المثلث.


منحنى لورنز للجمهورية اليمنية لعام 1998
خط العدالة الكاملة
منحنى لورنز
A
B
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
النسب التراكمي للسكان
النسب التراكمي للانفاق
منحنى لورنز = A/A+B
34.4

- وعلى الرغم من وجود عدة طرق لتعريف معامل جيني إلا أنه يساوي نصف متوسط الفروقات النسبية حيث يعرف متوسط الفروقات النسبية على أنها متوسط الفروقات المطلقة بين كل جوز من مستويات الإنفاق.

- للأغراض التطبيقية يمكن حساب معامل جيني للمعلومات المجمعة على شكل توزيع تكراري على النحو التالي:

$$(9) \quad G = 1 - \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{i-1})(L_i + L_{i-1})$$

- حيث **P** هي التوزيع التكراري المتراكم للسكان و **L** هي التوزيع التكراري المتراكم للإنفاق أو الدخل، وحيث

$$(10) \quad P_n = L_n = 1, \quad P_o = L_o = 0$$

جدول: حساب معامل جيني لتوزيع الإنفاق في اليمن

شريحة الانفاق الكلي (مليون ريال)	اجمالي الانفاق (مليون ريال)	عدد الافراد	التكرار النسبي الاجمالي الانفاق (%)	التكرار النسبي التراكمي للانفاق (%)	التكرار النسبي السكان %	التكرار النسبي التراكمي للانفاق بالاجوار	مدخل لحساب معامل جيني
أقل من 2399	6633	3802657	9.55	9.55	24.28	9.55	231.87
2400-3599	11959	3995459	17.21	26.76	25.52	36.31	926.50
3600-4499	9393	2341064	13.52	40.28	14.95	67.05	1002.38
4500-5699	10593	2098747	15.25	55.53	13.40	95.82	1284.23
5700-7799	12099	1832241	17.42	72.95	11.70	128.48	1503.36
7800-12999	11681	1209669	16.81	89.76	7.73	162.71	1256.98
أكثر من 13000	7111	379033	10.24	100.00	2.42	189.76	459.34
إجمالي	**69469**	**15658870**	**100.00**		**100.00**		**6664.66**

▪ لاحظ أن

$$(11)\quad \sum_{i=1}^{n}(P_i - P_{i-1})(L_i + L_{i-1}) = 0.6664$$

← وعليه فإن معامل جيني يساوي

$$G = 1 - 0.6664 = 0.334$$

← أي أن معامل جيني يساوي

33.4%

مؤشر أتكنسون :

- كل هذه المؤشرات ، بما فيها مؤشر جيني ، تعتمد على صيغ إحصائية في مساهمة رائدة وضح أتكنسون أنه يمكن إسناد قياس عدم عدالة التوزيع إلى نظرية الرفاه الاجتماعي ، واقترح ما أصبح يُعرف بمؤشر أتكنسون لقياس عدم عدالة التوزيع .

- يعتمد مؤشر أتكنسون على مفهوم "الدخل المكافئ للتوزيع العادل" والذي يعرف على أنه مستوى الدخل الذي إذا تحصل عليه كل فرد سيجعل مستوى الرفاه للمجتمع مساويا لمستوى الرفاه الذي يترتب على التوزيع المشاهد .

- إذا رمزنا لمستوى الرفاه للفرد الواحد بالحرف U ($U^1>0, U^{11}\leq 0$) وكان كل الأفراد متشابهين فإن مستوى الرفاه الذي ينتج عن التوزيع المشاهد هو مجموع رفاه الأفراد ومن ثم يعرف "الدخل المكافئ للتوزيع العادل" على النحو التالي :

$$nU(y_e) = \sum_{\varepsilon=1}^{n} U(y_i)$$

- على أساس هذا التعريف تم صياغة مؤشر لعدم عدالة التوزيع على النحو التالي:

$$A = \left[1 - y_e / \mu\right]$$

حيث μ هي متوسط الدخل . لاحظ أنه إذا كان الدخل المكافئ للتوزيع العادل مساويا لمتوسط الدخل فإن درجة عدم عدالة التوزيع ستساوي صفر .

- لأغراض التطبيق عادة ما تأخذ دالة رفاهية الفرد (دالة التفضيل) الشكل التالي :

(أ) إذا كانت ε مختلفة عن واحد =

$$U(y) = \frac{1}{1-\varepsilon} y^{1-\varepsilon}$$

(ب) إذا كانت ε تساوي واحد =

$$U(y) = \mathrm{1ogy}$$

تعرف ε بأنها "معامل تجنب عدم المساواة بحيث كلما ارتفعت قيمتها كلما كان المجتمع عازفا عن حالات عدم المساواة ومفضلا لحالات المساواة .

- على أساس هذا الشكل لدالة الرفاهية يمكن الحصول على الدخل المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$n\left[\frac{y_e^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}\right]=\frac{1}{1-\varepsilon}\sum_{i=1}^{n} y_i^{1-\varepsilon}$$

$$\therefore\ y_e=\left[\frac{1}{n}\sum_{\varepsilon-1}^{n} y_i^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

حساب مؤشر أتكينسون :

- تمعن التوزيع التالي : (500,400,300,200,100) في هذا التوزيع يمكن حساب مؤشر أتكينسون لمختلف قيم معامل تجنب عدم المساواة على النحو التالي :

شرائح الإنفاق: y (وحدة عملة للفرد في الفترة الزمنية)	$\varepsilon=1$ log y	$\varepsilon=1.5$ $y^{-0.5}$	$\varepsilon=2$ y^{-1}
100	2.00	0.100	0.0100
200	2.30	0.071	0.0050
300	2.48	0.058	0.0030
400	2.60	0.050	0.0025
500	2.70	0.045	0.0020
إجمالي	12.08	0.324	0.0225

- لاحظ أن متوسط الإنفاق يساوي **300=** μ .
- في حالة معامل تجنب عدم مساواة مساوياً لواحد نحصل على الإنفاق المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$5\log y_e = \sum \log y_i = 12.08$$

$$\log y_e = \frac{12.08}{5} = 2.416 \quad \rightarrow \quad \boxed{y_e = 261}$$

ونحصل على مؤشر أتكينسون :

$$A = 1 - \frac{y_e}{\mu} = 1 - \frac{261}{300} = 0.13$$

- في حالة معامل تجنب عدم مساواة مساوياً **1.5** نحصل على الإنفاق المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$5y_e^{-0.5} = 0.324 \; : \; y_e^{-0.5} = 0.0648$$

$$\boxed{y_e = (0.0648)^{-2} = 238}$$

ونحصل على مؤشر أتكينسون :

$$A = 1 - {y_e}/{\mu} = 1 - \frac{238}{300} = 0.21$$

- في حالة معامل تجنب عدم مساواة مساوياً 2 نحصل على الإنفاق المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$5y_e^{-1} = 0.0225 \rightarrow \boxed{y_e = \left(\frac{0.0225}{5}\right)^{-1} = 222}$$

ونحصل على مؤشر أتكينسون :

$$A = 1 - \frac{y_e}{\mu} = 1 - \frac{222}{300} = 0.26$$

حساب مؤشر أتكينسون لحالة اليمن :

- مؤشر أتكينسون لحالة اليمن **1998** : يوضح الجدول التالي الخطوات الأولى لحساب مؤشر أتكينسون في حالة اليمن وذلك لحالتي معامل تجنب عدم مساواة 1.5 و 2 .لاحظ أن حالة اليمن تمثل معلومات مجمعة على الشرائح السكانية .

- لاحظ أنه في حالة فئات الدخل المعمول بها فإن "الدخل المكافئ للتوزيع العادل" سيأخذ الشكل التالي :

$$y_e = \left[\sum_{j=1}^{7} b_j y_j^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

حيث b_j هي التوزيع التكراري النسبي للسكان وحيث y_j هي متوسط دخل الشريحة السكانية

فئة الدخل	التكرار النسبي b_j	متوسط الدخل (ريال)	$\varepsilon=1.5$ $by^{-0.5}$	$\varepsilon=2$ by^{-1}
1	0.2428	1744	0.0058	0.000139
2	0.2552	2993	0.0047	0.000085
3	0.1495	4012	0.0024	0.000037
4	0.1340	5047	0.0019	0.000027
5	0.1170	6603	0.0014	0.000018
6	0.0773	9656	0.0008	0.000008
7	0.0242	18761	0.0002	0.000001
المجموع	1.000	4436	0.0172	0.000315

- في الجدول يمثل المجموع تحت العمودين (3) و (4) مدخل حساب الدخل المكافئ للتوزيع العادل والذي ينبغي أن يرفع إلى قوة حسبما توضحه المعادلة. باستخدام هذه النتائج يتم الحصول على الدخل المكافئ على النحو التالي :

معامل تجنب عدم المساواة	أس مدخل حساب الدخل المكافئ	الدخل المكافئ (ريال)	مؤشر أتكنسون (%)
1.5	**2-**	**$3380^{=2-(}0.0172)$**	**23.81**
2	**1-**	**$3174^{=1-(}0.000315)$**	**28.45**

مؤشر تايل :

- بالإضافة إلى مؤشر أتكنسون هنالك مؤشر تايل الذي يعتمد فكرة محتوى المعلومات المتوقعة في الأنظمة . فعلى سبيل المثال إذا كانت **y** هي احتمال أن يقع حدث ما ، فإن محتوى المعلومات **h(x)** لمشاهدة وقوع الحدث فعلا لا بد لها وأن تكون متناقصة في **x** بمعنى أنه كلما ما كان وقوع الحدث مستبعدا كلما كان من التشويق معرفة أن الحدث قد وقع بالفعل .

- هذا وقد اتفق على أن أحد الصياغات التي تستوفي هذا الشرط هي الصيانة اللوغاريتمية التالية :

$$h(x) = \log \frac{1}{x}$$

- هذا وإذا كان هنالك عدد من الحوادث المحتملة **1...n** يمكن أخذ احتمال كل منها $x_1 \ldots x_n$ حيث $x_i \geq 0$ و $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$. على هذا الأساس يمكن اعتبار أن المحتوى المعلوماتي يساوي مجموع محتوى المعلومات لكل حدث بعد تثقيله باحتمال حدوثه على النحو التالي :

$$H(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i h(x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i \log \frac{1}{x_i}$$

- لاحظ أنه كلما اقتربت الاحتمالات x_i من **1/n** كلما ازداد محتوى المعلومات . دع x_i تعبر عن نصيب الفرد في **i** في إجمالي الدخل أو الإنفاق . في مثل هذه الحالة يمكن تفسير **$H(x_i)$** على أنها مؤشر للمساواة . فعندما يكون نصيب كل فرد متساويا عند **1/n** فإن **H(x)** ستصل إلى أعلى قيمة لها وهي :

$$H(\frac{1}{n}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} \log n = \log n \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} = \log n$$

- عند طرح محتوى المعلومات في توزيع للدخل من القيمة العظمى يتم الحصول على مؤشر تايل :

$$H(x) = \log n - \sum_{i=1}^{n} x_i \log \frac{1}{x_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \log n - \sum x_i \log \frac{1}{x_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \log n x_i$$

استخدام مؤشرات قياس عدم العدالة

- فيما يلي يرجى مقارنة التوزيعين تحت كل بند، من **(1)** إلى **(9)** ، بوضع دائرة حول التوزيع الذي تعتبره أكثر عدم مساواة (أو أكثر عدم عدالة) . إذا اعتبرت أن عدم المساواة يتطابق في التوزيعين يرجى وضع الدائرة حول كل منهما:

A = (5, 8, 10)	B = (10, 16, 20)	**(1)**
A = (5, 8, 10)	B = (10, 13, 15)	**(2)**
A = (5, 8, 10)	B = (5, 5, 8, 8, 10, 10)	**(3)**
A = (1, 4, 7, 10, 13)	B = (1, 5, 6, 10, 13)	**(4)**
A = (4, 8, 9)	B = (5, 6, 10)	**(5)**
A = (4, 7, 7, 8, 9)	B = (5, 6, 7, 7, 10)	**(6)**
A = (5, 5, 5, 10)	B = (5, 5, 10, 10)	**(7)**
A = (5, 5, 10, 10)	B = (5, 10, 10, 10)	**(8)**
A = (5, 5, 5, 10)	B = (5, 10, 10, 10)	**(9)**

- على أساس بنود السؤال السابق :

- ما هي علاقة التوزيعين (A) و (B) في البند (1) من السؤال السابق؟
[(B) من (A) بمضاعفة الدخول؛ تظل عدم المساواة كما كانت]

- ما هي العلاقة بين التوزيعين (A) و (B) في البند (2) من السؤال السابق؟
[(B) من (A) بزيادة الدخول 5 وحدات لكل فرد؛ انخفضت درجة عدم المساواة]

- ما هي العلاقة بين التوزيعين (A) و (B) في البند (3) من السؤال السابق؟

[(B) من (A) بالاستنساخ؛ درجة عدم المساواة كما هي]

- ما هي العلاقة بين التوزيعين (A) و (B) في البند (4) من السؤال السابق؟

[(B) من (A) بتحويل تصاعدي (الفرد الثالث)؛ انخفضت درجة عدم المساواة]

- ما هي العلاقة بين التوزيعين (A) و (B) في البند (5) و التوزيعين (A) و (B) في البند (6) ؟

[توزيعين أصليين (B) من (A) كما في (5) توسعتا بإضافة مجتمع C=(7,7)]

- ما هي العلاقة بين التوزيعات في كل من (7) و (8) و (9) ؟

[التوزيع في بند (9) عكس التوزيع (A) في البند (7) والتوزيع في البند (8) خطوة في الوسط المحركة من (7) إلى (9)]

- تمعن مجتمع مكون من خمسة أفراد متشابهين فيما عدا إنفاقهم (دخلهم، وتمعن حالات التوزيع (A) و(B) التي ترتبت على سياسات تم اتباعها . أي من هذه السياسات تعتبر أنها قد أدت إلى زيادة درجة عدم العدالة (درجة عدم المساواة في التوزيع) (رجاء وضع دائرة حول السياسة المعنية)؟ في حالة تساوي درجة عدم المساواة رجاء وضع دائرة حول الاثنين.

(1) A= (2, 5, 9, 20, 30) B = (2, 6, 8, 20, 30)

[سياسة تحويل وحدة دخل من ثالث أفقر لثاني أفقر]

(2) A = (2, 5, 9, 20, 30) B = (3, 5, 9, 20, 29)

[سياسة تحويل وحدة دخل من أغنى فرد إلى أفقر فرد]

(3) A= (2, 5, 9, 20, 30) B = (2, 6, 9, 20, 29)

[سياسة تحويل وحدة دخل من أغنى فرد إلى ثاني أفقر فرد]

(4) A= (2, 5, 9, 20, 30) B = (2, 10, 9, 15, 30)

[سياسة تحويل 5 وحدات دخل من ثاني أغنى فرد إلى ثاني أفقر فرد]

(5) A= (10, 10, 10, 10, 30) B = (10, 10, 10, 20, 20)

[سياسة تحويل 10 وحدات دخل من أغنى فرد إلى ثاني أغنى فرد]